Signature of the Invigilator



Marks obtained

TRIPURA MATHEMATICAL SOCIETY

Mathematical Olympiad - 2024

Full Marks : 60

Time: 2 hours

Roll No. of the Candidate (পরীক্ষার্থীর রোল নম্বর) :_____

All questions are compulsory. Calculation sheets are to be attached with the paper.

		Section	- A (16 x 2 = 32 marks	<u>s)</u>						
	Underline the	correct answer. Hal	f-mark will be deduct	ed for each wrong marking.						
1.	lf x + 2 is a fac	f x + 2 is a factor of x^3 + 2ax ² + ax – 1, then the value of 'a' is –								
	যদি x + 2, x ³ +	যদি x + 2, x³ + 2ax² + ax – 1 রাশিমালার একটি উৎপাদক হয়, তবে 'a' এর মান হবে —								
	(a) $\frac{2}{3}$	(b) $\frac{3}{5}$	(c) $\frac{3}{2}$	(d) $\frac{1}{2}$						
2.	In a class cont coffee, 3n stud একটি শ্রেণীকক্ষে 2	ea and coffee, 2n students prefer a nor coffee. What is the value of n ? টোই পছন্দ করে, 2n জন কেবল কফি, 3n জন								
	কেবল চা আর অব (a) 20	াশন্ত 4n জন চা বা কাফ কো (৮১ ০০	নাচহ পছন্দ করে না। তাহলে r	। এর মান কত হবে? বেম এন						
3.	(a) 20 Let N = 12345 value of A + B	(b) 25 6678AB be a 10 digit r is	umber, where A, B are	digits. If N is divisible by 9, then the						
	ধার N = 12345 তবে A + B এর ম	678AB একটি 10 অঙ্কযুত্ত গন হবে—	ন্সংখ্যা, যেখানে A, B দুটি আ	ঙ্ককে প্রকাশ করে। যদি N,9 দিয়ে বিভাজ্য হয়,						
	(a) 8	(b) 9	(c) 10	(d) 11						
4.	At one end A c length of the c 5 cm ব্যাসার্ধযুক্ত	of a diameter AB of a c hord CD parallel to X কোনও বৃত্তে AB একটি ব্যা	ircle of radius 5 cm, tan Y and at a distance 8 cr দ। XAY হল A বিন্দুতে অঙ্কিও	igent XAY is drawn to the circle. The n from A is চ বৃত্তটির একটি স্পর্শক। CD হল বৃত্তটির একটি						
	জ্যা যা XYএর সম	ান্তরাল এবং A বিন্দু থেকে 8	s cm দুরে অবস্থিত। তাহলে C	D জ্যাটির দৈর্ঘ্য হবে —						
5.	(a) 5 cm A solid hemisp curved surfac একটি নিবেট অর্ধ	(b) 6 cm ohere has radius 21 cl e area to total surface গালক এব ব্যাসার্ধ 21 cm	(c) 7 cm m. It is melted to form a area is 2 : 5. The radiu ເປີເດ ນໄສເຊັ ແດງນີ້ ລິເດງນີ້ ອ	(d) 8 cm cylinder such that the ratio of its is of its base is মুমুবুজুকাৰ চোগ্ধ জৈৱী কৰা হল ৷ চোগ্ধটিৰ						
	মানত লেওকে প্ৰার্থাগান এন স্যানার 2 চেলা. এতেকে নাগরে মনত লেওকে তাবস্তাসনার চোভ তেরা করা হলা চোভাচর σ কেরে কেরেলের									
	(a) 23 cm	(h) 21 cm	(c) 17 cm	(d) 19 cm						
6.	If $\cos\theta + \sin\theta$	= p and sec θ + cosec	$\theta = q$, then $q(p^2 - 1)$ is	(d) 19 cm						
	যদি $\cos\theta + \sin\theta$	θ = p এবং secθ + cose	cθ = q হয়, তবে q(p² – 1)	এর মান হবে —						
_	(a) 2p	(b) p	(c) 3p	(d) 4p						
7.	data is 15, the	n the mean of the larg	e mean of the smallest t jest three is	hree of them is 34. If the range of the						
	চারটি সংখ্যার গড় সংখ্যার গড় হবে -	37, আবার এদের সর্বনিম্ন স _	ণংখ্যা তিনটির গড় 34। যদি সং	ংখ্যাগুলোর প্রসার 15 হয়, তবে তিনটি সর্বোচ্চ						
	(a) 41	(b) 38	(c) 40	(d) 39						
8.	The probability of Sita, Gita and Mita passing a test is 60%, 40%, 20% respectively. Then the probability that Sita and Gita will pass the test but Mita will not is									
	সীতা, গীতা ও মিত	ার কোন একটি পরীক্ষায় পার্যে আন কান একটি পরীক্ষায় পার্যে	শর সম্ভাবনা যথাক্রমে 60%, 4 —	40% ও 20%। তাহলে সীতা ও গীতা পরীক্ষায়						
	পাশ করবে াকণ্ড । (-) 20 40(মতা করবে না তার সম্ভাবনা। (৮) ৫০ ০০(୧୩ — (-) 04 00/	(-1) 40,00/						
9.	(a) 38.4% A shopkeeper obtained durir এক দোকানদাব 16	(D) 16.2% bought 16 articles at ig the transaction is 13 ট দৰ্গ 50 টাকায় কিনে 1	(C) 24.8% Rs.50 and sold 12 artic 3.33%, then the value o 2 টি দব্য 2x টাকায় বিক্রি কবে	(0) 19.2% les at Rs.2x. If the profit percentage f x is ন। এই কেনা-বেচাতে যদি তাব 13.33% লাভ						
	হয়ে থাকে জবে 🗸	েএব মান হবে —								
	(a) 24.5	(b) 23.25	(c) 22.75	(d) 21.25						

10. AB and CD are two parallel chords of a circle of radius 13 cm such that AB = 10 cm and CD = 24 cm. Then the distance between them (both the chords are on the same sides of the centre) is 13 cm ব্যাসার্ধযুক্ত কোনও বৃত্তে AB ও CD দুটি সমান্তরাল জ্যা যেখানে AB = 10 cm এবং CD = 24 cm। জ্যা দুটি বৃত্তের কেন্দ্রের একই দিকে অবস্থিত হলে জ্যা দুটির মধ্যকার দূরত্ব হবে — (a) 9 cm (b) 11 cm (c) 7 cm (d) 13 cm The centroid of the triangle with vertices (I, n), (2, m), (I, m) be $\left(\frac{10}{3}, \frac{7}{3}\right)$, where 2m = I + n. Further 11. if a, b are the roots of the equation $1x^2 + mx + 1 = 0$, then the value of $a^2 + b^2 - ab$ is (I, n), (2, m), (I, m) শীর্ষবিন্দুযুক্ত ত্রিভূজের ভরকেন্দ্রের স্থানান্ধ $\left(\frac{10}{3}, \frac{7}{3}\right)$, যেখানে 2m = I + n আবার, $lx^2 + mx + 1 = 0$ সমীকরণের বীজদুটি হল a, b। তাহলে a² + b² – ab এর মান হবে — (c) $\frac{69}{256}$ (d) $-\frac{71}{256}$ (b) $\frac{-69}{256}$ (a) $\frac{1}{256}$ 12. The square root of the perfect square made by multiplying 4050 with a least positive integer is 4050 সংখ্যাটিকে একটি ক্ষুদ্রতম ধনাত্মক অখণ্ড সংখ্যা দিয়ে গুণ করলে যে পূর্ণবর্গ সংখ্যা পাওয়া যাবে, তার বর্গমূল হল — (a) 80 (b) 85 (c)90 (d) 95 The measure of the angle \angle DEC in the adjoining figure is 13. 40° 4.8 প্রদত্ত চিত্রে ∠,DEC এর মান হবে — (a) 55° (b) 60° (c) 80⁰ (d) 35°

14. Two solid circular cylinders have the same height. The radii of their bases are a and b respectively. They are melted and recast in a right circular cone of height equal to double the height of the cylinders. The radius of the base of the cone is

দুটো একই উচ্চতার নিরেট লম্ব বৃত্তাকার চোঙ নেওয়া হল। চোঙ দুটির ভূমির ব্যাসার্ধ a এবং b একক । চোঙ দুটোকে গলিয়ে চোঙের দ্বিগুণ উচ্চতার একটি লম্ব বৃত্তাকার শঙ্কু তৈরী করা হল। শঙ্কুটির ভূমির ব্যাসার্ধ হবে —

(a)
$$\frac{r_1 + r_2}{\sqrt{3}}$$
 (b) $\sqrt{\frac{r_1^2 + r_2^2}{3}}$ (c) $\frac{\left(\sqrt{r_1^2 + r_2^2}\right)}{2\sqrt{3}}$ (d) $\sqrt{\frac{3\left(r_1^2 + r_2^2\right)}{2}}$

15. The value of $S = \frac{1}{\sqrt{2} + \sqrt{5}} + \frac{1}{\sqrt{5} + \sqrt{8}} + \frac{1}{\sqrt{8} + \sqrt{11}} + \frac{1}{\sqrt{11} + \sqrt{14}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{152} + \sqrt{155}}$ is

$$S = \frac{1}{\sqrt{2} + \sqrt{5}} + \frac{1}{\sqrt{5} + \sqrt{8}} + \frac{1}{\sqrt{8} + \sqrt{11}} + \frac{1}{\sqrt{11} + \sqrt{14}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{152} + \sqrt{155}} \text{ and } \text{interpotential}$$
(a) $\frac{51}{\sqrt{155} - \sqrt{2}}$ (b) $\frac{51}{\sqrt{155} + \sqrt{2}}$ (c) $\frac{102}{\sqrt{155} - \sqrt{2}}$ (d) $\frac{2^{51}}{\sqrt{155} + \sqrt{2}}$

16. Let $\triangle PQR$ be a right triangle, right angled at Q, QR = 9 cm, and PR – PQ = 1 cm. The value of Sin R + Cos R is

PQR সমকোণী ত্রিভুজে, ∠Q সমকোণ। যদি QR = 9 cm এবং PR – PQ = 1 cm হয়, তবে Sin R + Cos R এর মান—

(a)
$$\frac{41}{49}$$
 (b) $\frac{49}{41}$ (c) $\frac{31}{39}$ (d) $\frac{39}{31}$

Section – B (8 x 2 = 16 marks) (Write the answers only at the proper place)

17. The average age of 6 persons living in a house is 23.5 years. Three of them are majors and their average age is 42 years. The difference in ages of the three minors in serial is same. The median age of minor children is

6 সদস্যযুক্ত একটি পরিবারের লোকদের বয়সের গড় 23.5 বছর। এদের মধ্যে তিনজন প্রাপ্ত বয়স্ক এবং তাঁদের বয়সের গড় 42 বছর। অপ্রাপ্ত বয়স্ক তিনজনের ক্রমান্বয়ে বয়সের পার্থক্য একই। তাহলে অপ্রাপ্ত বয়স্ক শিশুদের বয়সের মধ্যমা হল —

Ans :

18. One student multiplies a number by 2 instead of dividing the number by 2. The resultant number is what percentage of the correct value

একজন ছাত্র অঙ্ক কষার সময় ভুলে একটি সংখ্যাকে 2 দিয়ে ভাগ করার পরিবর্তে 2 দিয়ে গুণ করে ফেলে। তাহলে প্রাপ্ত সংখ্যাটি শুদ্ধ যে সংখ্যা পাওয়ার কথা ছিল তার কত শতাংশ ? 19. The set of natural numbers is partitioned into subsets $S_1 = \{1\}, S_2 = \{2, 3\}, S_3 = \{4, 5, 6\}...$ and so on. Then the sum of the elements in S_{50} is

স্বাভাবিক সংখ্যা সমূহের সেট্টিকে নিম্নলিখিত রূপে পরস্পর পৃথক উপসেটে বিভাজন করা হল, S₁ = {1}, S₂ = {2, 3}, S₃ = {4, 5, 6}... ইত্যাদি। তাহলে, S₅₀ উপসেটটির সদস্যদের সমষ্টি হবে —

Ans :

20. The sides AB and AC of $\triangle ABC$ are produced to points D and E respectively. The bisectors of $\angle CBD$ and $\angle BCE$ meet at P. If $\angle A = 72^{\circ}$, then find the measure of $\angle P$.

ABC ত্রিভুজের AB এবং AC বাহু দুটিকে যথাক্রমে D এবং E বিন্দু পর্যন্ত বর্ধিত করা হল। ∠CBD ও ∠BCE এর

সমদ্বিখণ্ডকদ্বয় P বিন্দুতে ছেদ করে। যদি $\angle A = 72^{\circ}$ হয়, তবে $\angle P$ এর মান নির্ণয় কর।

Ans :

21. Rajdip celebrates his sixteenth birth anniversary on 5th April 2018, Thursday. On which day will he celebrate his 24th birth anniversary ? রাজদীপ তার 16 তম জন্মবার্ষিকী 5 ই এপ্রিল 2018, বৃহস্পতিবার পালন করে। তাহলে সপ্তাহের কোন্ বারে সে তার 24 তম

জন্মবার্যিকী পালন করবে ?

Ans :

22. The length of a rectangle is equal to the sides of a square. The breadth of the rectangle is 9 cm. If the side of the square is reduced by 5 cm then the new area of the square is 23 cm² less than the original area of the rectangle. Find the area of the rectangle.

একটি আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য, কোন একটি বর্গক্ষেত্রের বাহুর সমান। আয়তক্ষেত্রটির প্রস্থ 9 সেমি। যদি বর্গক্ষেত্রটির বাহুর দৈর্ঘ্য 5 সেমি হ্রাস করা হয় তাহলে বর্গক্ষেত্রটির নতুন ক্ষেত্রফল আয়তক্ষেত্রটির মূল ক্ষেত্রফল অপেক্ষা 23 বর্গসেমি কম হয়। আয়তক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল বের কর।

Ans :

- 23. Find the number of trailing zeros in the product $10 \times 20 \times 30 \times \dots \times 1000$.
 - 10 x 20 x 30 x x 1000 গুননের শেষে শূন্যের সংখ্যা নির্ণয় কর।

Ans :

24. A bag contains 4 red and 3 blue balls. If two balls are drawn at random, what is the probability that they are of different colours ?

একটি থলেতে 4 টি লাল এবং 3 টি নীল বল রাখা আছে। যদি দুটি বল থলে থেকে এলোমেলো ভাবে তোলা হয়, তবে বল দুটির ভিন্ন রঙের হওয়ার সম্ভাবনা কত?

Ans :

<u>Section – C (3 x 4 = 12 marks)</u>

(In each of the following questions, important steps of calculation, statements and of proof whenever necessary are to be given)

25. Some students (only boys and girls) from different schools appeared for a mathematical olympiad examination. 20% of the boys and 15% of the girls failed in the examination. The number of boys who passed the exam was 70 more than that of the girls who passed the exam. A total of 90 students failed. Find the number of students appeared for the exam.

কোনও গণিত অলিম্পিয়াড পরীক্ষায় কিছু সংখ্যক ছাত্র ও ছাত্রী অবতীর্ণ হয়। এদের মধ্যে 20% ছাত্র ও 15% ছাত্রী অকৃতকার্য হয়। পরীক্ষায় উত্তীর্ণ ছাত্রের সংখ্যা উত্তীর্ণ ছাত্রীর সংখ্যা থেকে 70 বেশী। মোট 90 জন ছাত্র-ছাত্রী পরীক্ষায় অকৃতকার্য হয়। মোট কত জন ছাত্র-ছাত্রী পরীক্ষায় বসেছিল? 26. The following is the distribution of height of a certain class in a certain city.

Height (in cm)	160-162	163-165	166-168	169-171	172-174
No of students	15	118	142	127	18

Find the average height of maximum number of students.

নিম্নলিখিত পরিসংখ্যা বিভাজনটি কোনও একটি শহরের একটি বিশেষ শ্রেণীর উচ্চতা সম্বন্ধীয়—

উচ্চতা (সেমি)	160-162	163-165	166-168	169-171	172-174
ছাত্র-ছাত্রী সংখ্যা	15	118	142	127	18

এই বিভাজনটি থেকে সর্বোচ্চ সংখ্যক ছাত্র-ছাত্রীর উচ্চতার গড় বাহির কর।

27. Two persons X and Y enter into a partnership business. X invests Rs.11000 more than Y, but X has invested for 6 months while Y has invested for 9 months. If X's share is Rs.300 more than Y's share and the total profit of Rs.1800 then what is the capital contributed by X? 4 দুই ব্যাক্তি X এবং Y একটি যৌথ কারবারে লিপ্ত হয়। X, Y থেকে 11000 টাকা অধিক বিনিয়োগ করে এবং X বিনিয়োগ করে 6 মাসের জন্য কিন্তু Y বিনিয়োগ করে 9 মাসের জন্য। যদি X এর প্রাপ্ত শেয়ার Y এর থেকে 300 টাকা বেশী হয়ে থাকে এবং মোট লাভ 1800 টাকা হয়, তবে X মূলধন হিসেবে কত বিনিয়োগ করেছিল ?