



# TRIPURA MATHEMATICAL SOCIETY

## Mathematical Olympiad - 2018

Time : 2 hours

Full Marks : 60

Roll no. of the candidate \_\_\_\_\_

All questions are Compulsory. Calculation sheets are to be attached with this paper.

Group - A (16x2=32 Marks)

Underline the correct answer. Half mark will be deducted for each wrong marking.

1) If the English Alphabets are written in a row, then the 9<sup>th</sup> letter to left of the 9<sup>th</sup> letter from the right is

যদি ইংরেজী বর্ণমালার বর্ণগুলোকে একটি সারিতে লেখা হয়, তবে ডানদিক থেকে নবম বর্ণটির বামদিকের নবম বর্ণটি হবে -

- A) J                      B) K                      C) H                      D) I

2) A line APB meets the x-axis at A and y-axis at B. P is the point (-4, 2) and AP : PB = 1 : 2. Then the co-ordinates of A and B respectively are

APB সরলরেখা x-অক্ষ এবং y-অক্ষকে যথাক্রমে A ও B বিন্দুতে ছেদ করে। P বিন্দুটির স্থানাঙ্ক (-4, 2) এবং AP : PB = 1 : 2 হলে A ও B বিন্দু দুটির স্থানাঙ্ক যথাক্রমে

- A) (-5, 0), (0, 5)              B) (-6, 0), (0, 6)              C) (-6, 0), (0, 5)              D) (6, -6), (-6, 6)

3) If  $\frac{x}{a} = \frac{y}{b} = \frac{z}{c}$  then  $\left( \frac{a^2 x^2 + b^2 y^2 + c^2 z^2}{a^3 x + b^3 y + c^3 z} \right)^{3/2}$  is equal toযদি  $\frac{x}{a} = \frac{y}{b} = \frac{z}{c}$  হয়, তবে  $\left( \frac{a^2 x^2 + b^2 y^2 + c^2 z^2}{a^3 x + b^3 y + c^3 z} \right)^{3/2}$  এর মান হবে

- A)  $\frac{xyz}{abc}$                       B)  $\frac{\sqrt{xyz}}{\sqrt{abc}}$                       C)  $\frac{\sqrt{xyz}}{(abc)^2}$                       D)  $\frac{(xyz)^2}{\sqrt{abc}}$

4) Which of the following is possible ?

নিচের কোনটি সম্ভব -

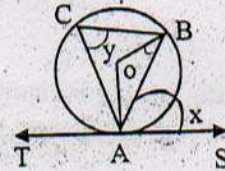
- A)  $\cos \theta = \frac{7}{5}$                       B)  $\sin \theta = \frac{13}{12}$                       C)  $\sec \theta = \frac{4}{5}$                       D)  $\tan \theta = 41$

5) In the given figure, TAS is a tangent to the circle with centre 'O' at the point A.

If  $\angle O' A = 32^\circ$ , the values of x and y are respectivelyপ্রদত্ত চিত্রে, TAS হল 'O' কেন্দ্রযুক্ত বৃত্তের A বিন্দুতে একটি স্পর্শক। যদি  $\angle O' A = 32^\circ$  হয়,

তবে x এবং y এর মান যথাক্রমে হবে -

- A)  $32^\circ, 58^\circ$                       B)  $58^\circ, 48^\circ$                       C)  $58^\circ, 58^\circ$                       D)  $42^\circ, 58^\circ$



6) The ratio at which rice at ₹ 7.20 per kg must be mixed with rice at ₹ 5.70 per kg so that the mixture be worth of ₹ 6.30 per kg is

₹ 7.20 প্রতি কেজি মূল্যের চালের সাথে ₹ 5.70 প্রতি কেজি মূল্যের চাল যে অনুপাতে মেশালে মিশ্রিত প্রতি কেজি চালের মূল্য ₹ 6.30 হবে তা হল -

- A) 1 : 3                      B) 2 : 3                      C) 3 : 4                      D) 4 : 5

7) A river 1.5 m deep and 36 m wide is flowing at the rate of 3.5 km per hour. The amount of water that runs into the sea per minute (in cubic metres) is

1.5 মিটার গভীর ও 36 মিটার চওড়া একটি নদী 3.5 কি মি প্রতি ঘন্টা বেগে প্রবাহিত হচ্ছে। তাহলে প্রতি মিনিটে নদীটি থেকে যে পরিমাণ জল সাগরে পড়বে (ঘন মিটার এককে) তা হল -

- A) 31500                      B) 3150                      C) 3150000                      D) 6300

8) A point D is on the side BC of an equilateral triangle ABC such that  $DC = \frac{1}{4} BC$ . Then  $AD^2 =$ ABC সমবাহু ত্রিভুজের BC বাহুর উপর D একটি বিন্দু যেখানে  $DC = \frac{1}{4} BC$ , তাহলে  $AD^2 =$ 

- A)  $13 CD^2$                       B)  $9 AB^2$                       C)  $6 CD^2$                       D)  $12 BC^2$

9) The sum of an A.P whose first term, the second term and the last term are respectively a, b and c is

একটি সমান্তর প্রগতির প্রথম পদ, দ্বিতীয় পদ ও শেষ পদ তিনটি যথাক্রমে a, b এবং c হলে প্রগতিটির পদগুলোর সমষ্টি হবে -

A)  $\frac{(b+c-2a)(a+c)}{2(b-a)}$

B)  $\frac{(b+c+a)(a+c)}{2b-a}$

C)  $\frac{2(a+c)(b-c+2a)}{b+a}$

D)  $\frac{(b+c-2a)(a-c)}{b+a}$

10) The median of the given observations is

প্রদত্ত পরিসংখ্যা বিভাজনটির মধ্যমার মান হল -

$x_1$  : 5      6      7      8      9      10

$f_1$  : 4      5      7      9      7      6

A) 9

B) 10

C) 7

D) 8

11) An equilateral triangle is inscribed in a circle of circumference equal to perimeter of a square with side 22 cm. the side of the triangle is

একটি সমবাহু ত্রিভুজ একটি বৃত্তে অন্তর্লিখিত আছে। বৃত্তটির পরিধি 22 সেমি বাহু বিশিষ্ট একটি বর্গক্ষেত্রের পরিসীমার সমান। ত্রিভুজটির বাহুর দৈর্ঘ্য হবে -

A)  $7\sqrt{3}$  cm

B) 14 cm

C)  $14\sqrt{3}$  cm

D) 7 cm

12) Which of the following have non-terminating recurring decimal ?

নিম্নলিখিত ভগ্নাংশগুলোর মধ্যে কোনটি অসীম পৌনঃপুনিক দশমিক ভগ্নাংশ ?

A)  $\frac{2}{25}$

B)  $\frac{2}{7}$

C)  $\frac{231}{2^2 \times 5^2 \times 7}$

D)  $\frac{1323}{6^2 \times (35)^2}$

13) Instead of walking along two adjacent sides of a rectangular field, a boy took a short cut along the diagonal of the field and saved a distance equal to  $\frac{1}{2}$  of the longer side. Then the ratio of the shorter side of the rectangle to the longer side is

কোনও বালক একটি আয়তকার মাঠের দুটি সম্মিহিত বাহু বরাবর হাঁটার পরিবর্তে মাঠের কর্ণ বরাবর হাঁটার সোজা পথ বেছে নিল। এতে তার দীর্ঘতর বাহুটির অর্ধেক পথের সাশ্রয় হল। আয়তকার মাঠের ক্ষুদ্রতর ও দীর্ঘতর বাহুর অনুপাত হল -

A)  $\frac{1}{2}$

B)  $\frac{3}{4}$

C)  $\frac{2}{3}$

D)  $\frac{5}{7}$

14) If  $x = (\sec A - \tan A)(\sec B - \tan B)(\sec C - \tan C)$

$= (\sec A + \tan A)(\sec B + \tan B)(\sec C + \tan C)$ , then the value of x is

যদি  $x = (\sec A - \tan A)(\sec B - \tan B)(\sec C - \tan C)$

$= (\sec A + \tan A)(\sec B + \tan B)(\sec C + \tan C)$  হয়, তবে x এর মান হবে

A) 0

B) 1

C) -1

D)  $\pm 1$

15) Two fair dice are thrown together. The probability of getting the same number on both dice is

দুটি ঝোঁকহীন ছকা এক সঙ্গে ছোড়া হল। দুটি ছকাতেই একই সংখ্যা আসবার সম্ভাবনা হল -

A)  $\frac{1}{2}$

B)  $\frac{1}{3}$

C)  $\frac{1}{6}$

D)  $\frac{1}{12}$

16) A Chemist has one solution containing 50% acid and a second one containing 25%. The amount of each acid that should be used to make 10 litres of a 40% acid solution are respectively

একজন রসায়নবিদের কাছে দু'রকমের অ্যাসিড দ্রবণ পর্যাপ্ত পরিমাণে আছে। প্রথম দ্রবণে 50% অ্যাসিড এবং দ্বিতীয় দ্রবণে 25% অ্যাসিড আছে। এখন এই দু'প্রকার দ্রবণ মিশিয়ে 10 লিঃ পরিমাণ একটি নতুন দ্রবণ তৈরী করতে হবে যাতে 40% অ্যাসিড থাকবে। তাহলে প্রথম ও দ্বিতীয় দ্রবণ থেকে যে পরিমাণ দ্রবণ যথাক্রমে ব্যবহার করতে হবে তা হল -

A) 8 litres and 2 litres

B) 4 litres and 6 litres

C) 3 litres and 7 litres

D) 6 litres and 4 litres

Group - B (8x2=16 Marks)

Write the answer only at the proper place indicated.

17) Find the value of  $(\sin^4 \theta - \cos^4 \theta + 1) \operatorname{cosec}^2 \theta$  on simplification.

$(\sin^4 \theta - \cos^4 \theta + 1) \operatorname{cosec}^2 \theta$  এর সরলীকৃত মানটি বের কর।

Ans.

18) If (2, -2), (-2, 1) and (5, 2) are vertices of a right angled triangle, then find the area of the triangle.

যদি (2, -2), (-2, 1) এবং (5, 2) একটি সমকোণী ত্রিভুজের তিনটি শীর্ষবিন্দু হয়, তবে ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল বের কর।

Ans.

19) Two circles of unequal radius touch each other at P. The two common tangents to the circles, none of which pass through P, meet at E. They touch the larger circle at C and D. The larger circle has radius 3 units and CE has length 4 units. Then find the radius of the smaller circle.

অসমান ব্যাসার্ধযুক্ত দুটি বৃত্ত পরস্পরকে P বিন্দুতে স্পর্শ করে। বৃত্ত দুটির সাধারণ স্পর্শক দুটি, যাদের কোনটিই P বিন্দুগামী নয়, E বিন্দুতে মিলিত হয়। সাধারণ স্পর্শক দুটি বৃত্তের বৃত্তটিকে C ও D বিন্দুতে স্পর্শ করে। বৃত্তের বৃত্তটির ব্যাসার্ধ 3 একক এবং CE এর দৈর্ঘ্য 4 একক। তাহলে ছোট বৃত্তটির ব্যাসার্ধ নির্ণয় কর।

Ans.

20) If two zeros of the polynomial  $x^4 - 6x^3 - 26x^2 + 138x - 35$  are  $2 - \sqrt{3}$  and  $2 + \sqrt{3}$ , then what are the other zeros of the polynomial ?

যদি  $x^4 - 6x^3 - 26x^2 + 138x - 35$  বহুপদ রাশিমালার দুটি বীজ  $2 - \sqrt{3}$  ও  $2 + \sqrt{3}$  হয়, তবে রাশিমালার অন্য বীজগুলি কী কী?

Ans.

21) The number triplets (a, b, c) of integers such that  $a < b < c$  and a, b, c are sides of a triangle with perimeter 21 units. Find the numbers.

অখন্ড সংখ্যার ত্রয়ী (a, b, c) এমন যে  $a < b < c$  এবং a, b, c হলো 21 একক পরিসীমা যুক্ত একটি ত্রিভুজের তিনটি বাহুর দৈর্ঘ্য। সংখ্যাগুলি নির্ণয় কর।

Ans.

22) A set of numbers consists of four 5's, six 7's, ten 9's, eleven 12's three 13's and two 14's. Find the approximate difference between mean and median of this set of numbers.

চারটি 5, ছয়টি 7, দশটি 9, এগারোটি 12, তিনটি 13 এবং দুইটি 14 নিয়ে গঠিত রাশি তথ্যের যৌগিক গড় ও মধ্যমার পার্থক্যের আসন্নমান নির্ণয় কর।

Ans.

23) Twenty women can do a work in sixteen days and sixteen men can complete the same work in fifteen days. What is the ratio between the capacity of a man and an woman?

20 জন স্ত্রীলোক কোনও কাজ 16 দিনে সম্পন্ন করতে পারে এবং 16 জন পুরুষ ঐ একই কাজ 15 দিনে করতে পারে। তাহলে একজন পুরুষ ও একজন স্ত্রীলোকের কাজের হারের অনুপাত কত হবে?

Ans.

24) The height of a conical tent is 14 m and its floor area is  $346.5 \text{ m}^2$ . How much canvas 1.1 m wide, will be required for it ?

একটি শঙ্কু আকৃতির তাঁবুর উচ্চতা 14 মি এবং ইহার ভূমির ক্ষেত্রফল  $346.5$  বর্গ মি। তাহলে তাঁবুটি খাটাতে 1.1 মি চওড়া কি পরিমাণ কাপড় লাগবে?

Ans.

### Group - C (3x4=12 Marks)

Important steps of calculation, statements and of proof whenever necessary are to be given.

25) Find the number of maps  $f$  from the set  $\{1, 2, 3\}$  into the set  $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ . How many of them are such that  $f(i) \leq f(j)$  whenever  $i < j$  ?

সেট  $\{1, 2, 3\}$  থেকে সেট  $\{1, 2, 3, 4, 5\}$  তে কতগুলি চিত্রণ সম্ভব? এদের মধ্যে কতগুলো চিত্রণ  $f(i) \leq f(j)$ , যখন  $i < j$  শর্তকে মান্য করে?

1+3=4

Ans.

26) A triangle ABC is drawn to circumscribe a circle of centre O and radius 4 cm such that the segments BD and DC into which BC is divided by the point of contact D are of lengths 6 cm and 8 cm respectively. Find the lengths of the sides and area of the triangle.

ABC ত্রিভুজ, O কেন্দ্রযুক্ত এবং 4 সেমি ব্যাসার্ধের বৃত্তের পরিলিখিত। BC বাহু বৃত্তটিতে D বিন্দুতে স্পর্শ করে যেখানে  $BD = 6$  সেমি এবং  $DC = 8$  সেমি। ত্রিভুজটির বাহুগুলোর দৈর্ঘ্য এবং ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

3+1

Ans.

27) The following table gives the marks obtained by 50 students in a class test. Calculate the median for the given data.

নিম্নে প্রদত্ত টেবিলটি কোন শ্রেণী পরীক্ষায় 50 জন ছাত্রের প্রাপ্ত নম্বর নির্দেশ করে। প্রদত্ত তথ্যের মধ্যমা নির্ণয় কর।

Marks	:	11-15	16-20	21-25	26-30	31-35	36-40	41-45	46-50	4
Numbers of students	:	2	3	6	7	14	12	4	2	

Ans.