

Signature of  
Invigilator



Marks obtained

## TRIPURA MATHEMATICAL SOCIETY Mathematical Olympiad - 2017

Full Marks : 60

Time : 2 Hours

Roll No. of the Candidate : .....

All questions are Compulsory. Write the answers on this paper at the specified place.

Calculation sheets are to be attached with this paper.

### Group - A (16x2=32)

Underline the correct answer. Half mark will be deducted for each wrong marking.

1. Arrange the given words in the order in which they occur in the dictionary and then choose the correct sequence among a, b, c, d.

প্রদত্ত শব্দগুলোকে অভিধানের মত করে ক্রমে সাজাও এবং তারপর নিম্নোক্ত a, b, c, d-এর মধ্য থেকে সঠিক অনুক্রমটি চিহ্নিত কর।

1) Page (2) Pegan (3) Palisade (4) Page ant (5) Palate.

(a) 1, 4, 2, 3, 5 (b) 2, 4, 1, 3, 5 (c) 2, 1, 4, 5, 3 (d) 1, 4, 5, 3, 2

2. The sum of three numbers in A.P is -3, and their product is 8. The numbers are সমান্তর প্রগতিভুক্ত তিনটি সংখ্যার যোগফল -3 এবং গুণফল 8 সংখ্যা তিনটি হল

a) 2, -1, -4 (b) -4, -1, 2 (c) 4, -1, -2 (d) both (a) and (b), [(a) ও (b) উভয়ই]

3. A bus starts from city X. The number of women in the bus is half the number of men. In the city Y, 10 men left the bus and 5 women boarded into it. Now the number of men and women becomes equal, then number of passengers boarded the bus initially is

কোনও শহর 'X' থেকে একটি বাস যাত্রা শুরু করল। বাসে আরোহী স্ত্রীলোকের সংখ্যা পুরুষের সংখ্যার অর্ধেক। তারপর বাসটি যখন শহর 'Y'তে এসে থামল, সেখানে 10 জন পুরুষ বাস থেকে নেমে গেল আর 5 জন স্ত্রীলোক নতুন করে বাসে প্রবেশ করল। এখন বাসে পুরুষ ও স্ত্রীলোকের সংখ্যা সমান, তাহলে প্রথমে বাসে যতজন লোক আরোহণ করেছিলো তাদের সংখ্যা

a) 15 (b) 30 (c) 36 (d) 45

4. If  $\tan\theta + \sin\theta = m$ , and  $\tan\theta - \sin\theta = n$ , then  $m^2 - n^2$  is equal to যদি  $\tan\theta + \sin\theta = m$  এবং  $\tan\theta - \sin\theta = n$  হয়, তবে  $m^2 - n^2$  এর মান হবে

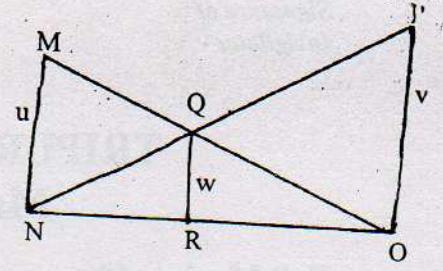
a)  $\sqrt{mn}$  (b)  $2\sqrt{mn}$  (c)  $4\sqrt{mn}$  (d)  $\frac{1}{2}\sqrt{mn}$

5. In the given figure MN, QR and PO are each perpendicular to MO.

Then  $\frac{1}{u} + \frac{1}{v}$  is equal to

প্রদত্ত চিত্রে MN, QR এবং PO প্রত্যেকে MO এর

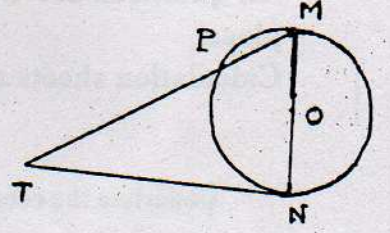
উপর লম্ব, তাহলে  $\frac{1}{u} + \frac{1}{v}$  এর মান হবে



- a)  $w$  (b)  $u+v$  (c)  $\frac{1}{w}$  (d)  $\frac{2}{w}$

6. In the given figure, MN is a diameter of the circle with centre O. The length of MN is 8 cm. The length of the tangent TN is 15 cm, then the length of PT is

প্রদত্ত চিত্রে MN হল 'O' কেন্দ্রযুক্ত বৃত্তের একটি ব্যাস, MN=8 cm, বহিঃস্থ T বিন্দু থেকে অঙ্কিত স্পর্শক TN এর দৈর্ঘ্য 15 cm হলে, PT এর দৈর্ঘ্য হবে



- a)  $\frac{225}{17}$  cm (b)  $\frac{225}{8}$  cm (c)  $\frac{17}{15}$  cm (d)  $\frac{17}{8}$  cm.

7. There is a circular path around a sports field. Pinki takes 18 minutes to drive one round of the field, while Ravi takes 12 minutes for the same. If they start from the same point at the same time, then after the time they will meet again at the starting point is

একটি খেলার মাঠকে বেষ্টিত করে একটি বৃত্তাকার পথ আছে। পিংকি ঐ বৃত্তাকার পথে গাড়ী চালিয়ে একবার ঘুরে আসতে 18 মিনিট সময় নেয়, আর রবির এটা করতে সময় লাগে 12 মিনিট। যদি তারা দুজনে একই সময়ে একই বিন্দু থেকে শুরু করে, তবে যে সময় পর তাঁরা আবার যাত্রা শুরুর বিন্দুতে মিলিত হবে তা হল

- a) 54 min (b) 24 min (c) 36 min (d) 72 min

8. The probability that a number selected from the numbers 1, 2, 3, ..... 25 is a prime number when each of the given numbers is equally likely to be selected is

1, 2, 3, ..... 25 এই সংখ্যাগুলো থেকে একটি সংখ্যা সমসম্ভাব্যভাবে নির্বাচন করা হল। নির্বাচিত সংখ্যাটি একটি মৌলিক হবার সম্ভাবনা হল

- a)  $\frac{2}{7}$  (b)  $\frac{9}{25}$  (c)  $\frac{11}{25}$  (d)  $\frac{2}{5}$

9. A copper sphere of diameter 18 cm is drawn into a wire of diameter 4 mm. The length of the wire is

একটি তামার গোলকের ব্যাস 18 cm, গোলকটি গলিয়ে 4mm ব্যাসের তার তৈরী করা হল। ঐ তামার তারটির দৈর্ঘ্য হবে

- a) 240m (b) 242 m (c) 243 m (d) 245 m

10. A dishonest dealer declares to sell his goods at cost price, but uses 800 gms for a kg weight. His gain per cent is

একটি অসাধু ব্যবসায়ী ক্রয়মূল্যে তার জিনিস বিক্রি করেন, কিন্তু 1 kg ওজনের জায়গায় 800 gm ওজন ব্যবহার করেন। এতে তার লাভের শতকরা হার হল

- (a)  $4\frac{1}{6}\%$  (b)  $13\frac{7}{11}\%$  (c) 25% (d) 22%

11. The value of K for which the following system of linear equations has no solution is

k এর যে মানের জন্য নিম্নলিখিত সমীকরণ দুটির কোনও সমাধান থাকবেনা তা হল

$$x + 2y = 3, (k - 1)x + (k + 1)y = k + 2$$

- a) 2 (b) 3 (c) -1 (d) 5

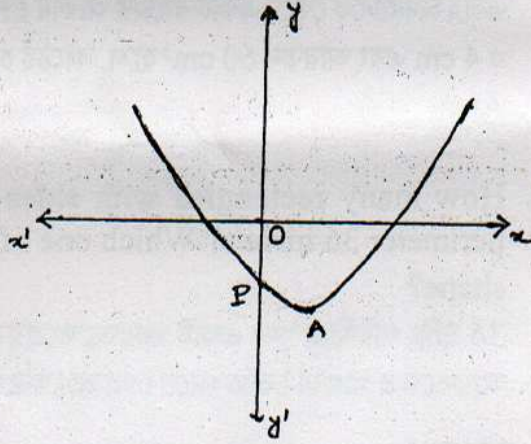
12. The graph of  $y = px^2 + qx + r$  is shown below and in the graph A represents the

point  $A\left(-\frac{q}{2p}, -\frac{D}{4p}\right)$ ,  $D = q^2 - 4pr$ . Then for the possible values of p, q, r the correct statement is

$y = px^2 + qx + r$  এর লেখ নিম্নে প্রদত্ত,

লেখচিত্রে A বিন্দুটি  $\left(-\frac{q}{2p}, -\frac{D}{4p}\right)$  বিন্দুটিকে সূচিত

করে,  $D = q^2 - 4pr$ । তাহলে p, q, r এর সম্ভাব্য মানের জন্য নিম্নলিখিত যে বিবৃতিটি সত্য তা হল,



- |    | p   | q   | r   |
|----|-----|-----|-----|
| a) | +ve | +ve | -ve |
| b) | +ve | -ve | -ve |
| c) | +ve | -ve | +ve |
| d) | -ve | +ve | -ve |

13. ABCD is a cyclic quadrilateral, AE is drawn parallel to CD. BA is produced to F. If  $\angle EAF = 20^\circ$ ,  $\angle ABC = 92^\circ$ , then  $\angle BCD$  is

ABCD একটি বৃত্তস্থ চতুর্ভুজ। ইহার CD বাহুর সমান্তরাল করে AE টানা হল। BA বাহুকে F পর্যন্ত বর্ধিত করা হল।

যদি  $\angle EAF = 20^\circ$ ,  $\angle ABC = 92^\circ$  হয়, তবে  $\angle BCD$  এর পরিমাণ হবে

- a)  $88^\circ$  (b)  $108^\circ$  (c)  $115^\circ$  (d)  $72^\circ$

14. If  $x \cos^3\theta + y \sin^3\theta = \sin\theta \cdot \cos\theta$  and  $x \cos\theta = y \sin\theta$ , then the value of  $x^2 + y^2$  is

যদি  $x \cos^3\theta + y \sin^3\theta = \sin\theta \cdot \cos\theta$  এবং  $x \cos\theta = y \sin\theta$  হয়, তবে  $x^2 + y^2$  এর মান হবে

- a) 0 (b) 4 (c) 1 (d) 2

15. H.C.F of  $(x-5)(x^2-x-\alpha)$  and  $(x-4)(x^2-2x-\beta)$  is  $(x-4)(x-5)$ , then the values of ' $\alpha$ ' and ' $\beta$ ' respectively are

যদি  $(x-5)(x^2-x-\alpha)$  এবং  $(x-4)(x^2-2x-\beta)$  এর গসাণ্ড  $(x-4)(x-5)$  হয়, তবে  $\alpha$  ও  $\beta$  এর মান যথাক্রমে

- a) 15, 18 (b) 10, 7 (c) -8, 10 (d) 12, 15

16. The next term of the series 3, 12, 27, 48, 75, 108, . . . . . is

3, 12, 27, 48, 75, 108, . . . . . এই শ্রেণীর পরবর্তী পদটি হবে

- a) 147 (b) 162 (c) 183 (d) 192

**Group - B** (8x2=16)

**Write the answer only at the proper place indicated**

17. A rectangular thin sheet of wood has four small squares removed from the corners. It is then cut to make a box that is 5 cm by 4 cm with a volume of 60  $\text{cm}^3$ . What was the area of the original sheet of wood? (ignore thickness of wood).

একটি আয়তকার পাতলা কাঠের চাদরের চারকোনা থেকে চারটি ছোট বর্গাকার অংশ অপসারিত করা হল। এবার চাদরটিকে কেটে একটি বাস্কের আকার দেওয়া হল। তৈরী করা বাস্কটির দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ যথাক্রমে 5cm ও 4 cm এবং আয়তন 60  $\text{cm}^3$  হলে, কাঠের চারদটির ক্ষেত্রফল কত ছিল? (কাঠের পুরুত্ব অগ্রাহ্য কর)।

Ans:

18. How many rectangles with sides of integer valued length are there with perimeter 36 inches? Which one of these encloses largest area and what is its shape?

36 ইঞ্চি পরিসীমা যুক্ত একটি আয়তক্ষেত্রের বাহুগুলির মান পূর্ণসংখ্যার দ্বারা প্রকাশিত। এমন কয়টি আয়তক্ষেত্র পাওয়া যেতে পারে? আয়তক্ষেত্রগুলির কোন্টির ক্ষেত্রফল সবচেয়ে বড় এবং এর আকার

কি রূপ?

$$1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 2$$

Ans:

19. If  $x = \sqrt{7} - \sqrt{5}$ ,  $y = \sqrt{5} - \sqrt{3}$ ,  $z = \sqrt{3} - \sqrt{7}$ , then what is the value of  $x^3 + y^3 + z^3 - 2xyz$ ?

যদি  $x = \sqrt{7} - \sqrt{5}$ ,  $y = \sqrt{5} - \sqrt{3}$ ,  $z = \sqrt{3} - \sqrt{7}$  হয়, তবে  $x^3 + y^3 + z^3 - 2xyz$  এর মান কত হবে?

Ans:

20. A number is chosen at random among the first 120 natural numbers. Find the probability that the number chosen is a multiple of 5.

প্রথম 120টি স্বাভাবিক সংখ্যা থেকে উদ্দেশ্যহীনভাবে একটি স্বাভাবিক সংখ্যা বেছে নেওয়া হল। ঐ সংখ্যাটির 5 এর গুণিতক হওয়ার সম্ভাবনা কত?

Ans:

21. Find the value of

$$\frac{\cos^2 20^\circ + \cos^2 70^\circ}{\sec^2 50^\circ - \cot^2 40^\circ} + 2\csc^2 58^\circ - 2\cot 58^\circ \cdot \tan 32^\circ - 4 \tan 13^\circ \cdot \tan 37^\circ \cdot \tan 45^\circ \cdot \tan 53^\circ \cdot \tan 77^\circ$$

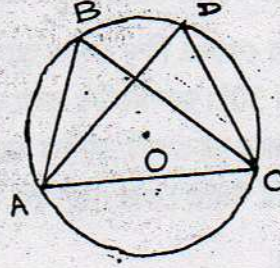
নিম্নলিখিত রাশিমালার মান নির্ণয় কর।

$$\frac{\cos^2 20^\circ + \cos^2 70^\circ}{\sec^2 50^\circ - \cot^2 40^\circ} + 2\operatorname{cosec}^2 58^\circ - 2\cot 58^\circ \cdot \tan 32^\circ - 4 \tan 13^\circ \cdot \tan 37^\circ \cdot \tan 45^\circ \cdot \tan 53^\circ \cdot \tan 77^\circ$$

Ans:

22. In the figure, O is the centre of the circle. If  $\angle ABC = 40^\circ$  and  $\angle DAC = 65^\circ$ , then find  $\angle ACD$

প্রদত্ত চিত্রে, O বৃত্তের কেন্দ্র এবং  $\angle ABC = 40^\circ$ ,  $\angle DAC = 65^\circ$ , তবে  $\angle ACD$  এর মান বের কর।



Ans:

23. What is the ratio of the volume of a cube to that of a sphere which exactly fits inside the cube?

একটি ঘনকের ভেতর একটি গোলক ঠিক করে বসতে পারে। ঘনক ও গোলকের আয়তনের অনুপাত কত হবে?

Ans:

24. Water tax is increased by 20% for which a family reduced its consumption by 20%, the expenditure for water is increased/decreased by what amount?

জলকর 20% বৃদ্ধি পাওয়ায় কোনও পরিবার জলের ব্যবহার 20% কমিয়ে দিল। এতে ঐ পরিবারের জলের জন্য খরচের হ্রাস/বৃদ্ধির শতকরা হার কত হবে?

Ans:

**Group - C (3x4=12)**

Important steps of calculation, statements and of proof whenever necessary are to be given.

25. If PAB is a secant to a circle intersecting the circle at A and B and PT is a tangent segment, then prove that

$$PA \cdot PB = PT^2$$

PAB কোনও বৃত্তের একটি ছেদক যা বৃত্তকে A ও B বিন্দুতে ছেদ করে। PT বৃত্তে অঙ্কিত একটি স্পর্শক। প্রমাণ কর যে,  $PA \cdot PB = PT^2$

Ans:

26. The angle of elevation of the bottom of a window 10 metres above the ground level from a point on the ground is  $30^\circ$ . A pole projecting outwards from the bottom of the window makes an angle of  $30^\circ$  with the wall (where the window is fixed). If the angle of elevation of the top of the pole observed from the same point on the ground is  $60^\circ$ . Find the length of the pole.

ভূমির কোনও বিন্দু থেকে ভূমি থেকে 10 মিটার উচ্চে অবস্থিত একটি জানালায় তলদেশের উন্নতি কোণ  $30^\circ$ । জানালাটির তলদেশ থেকে একটি খুঁটি বাহিরের দিকে বুকুে রয়েছে। খুঁটিটি দেওয়ালের (যেখানে জানালাটি স্থাপিত আছে) সাথে  $30^\circ$  কোণে নত। যদি ভূমির ঐ একই বিন্দু থেকে খুঁটিটির শীর্ষের উন্নতি কোণ  $60^\circ$  হয়, তবে খুঁটিটির দৈর্ঘ্য নির্ণয়।

Ans:

27. The base of a right pyramid is a regular hexagon. Its height is 10 cm and volume  $180\sqrt{3} \text{ cm}^3$ . Find the length of each side of its base and also the total slant surface area.

একটি লম্ব পিরামিডের ভূমি একটি সুষম ষড়ভুজ। পিরামিডের উচ্চতা 10cm এবং আয়তন  $180\sqrt{3} \text{ cm}^3$ । পিরামিডের ভূমির প্রতিটি বাহুর দৈর্ঘ্য ও মোট তির্যক তলের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

Ans: